

ЗАОЧНАЯ ФИЗМАТШКОЛА

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАНИЯ
РОССИЙСКИХ И
ЗАРУБЕЖНЫХ ЭКЗАМЕНОВ И
ОЛИМПИАД

Инвариант

1. Может ли шахматный слон за миллион ходов попасть с поля $a1$ на поле $a8$?
2. Разменный автомат меняет одну монету на пять других. Можно ли с его помощью разменять одну монету на 26 монет?
3. Дядька Черномор написал на листке бумаги число 20. Тридцать три богатыря передают листок друг другу, и каждый или прибавляет к числу или отнимает от него единицу. Может ли в результате получиться число 10?

4. Даны шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Разрешается к любым двум из них прибавлять по 1. Можно ли, проделав это несколько раз, сделать эти числа равными?

100 фишек выставлены в ряд. Разрешено менять местами две фишки, стоящие через одну фишку. Можно ли с помощью таких операций переставить все фишки в обратном порядке?

5. На доске написаны числа а) 1, 2, 3, ..., 2016; б) 1, 2, 3, ..., 2017. Разрешается стереть два любых числа и вместо них написать разность. Можно ли добиться того, чтобы все числа были нулями?

6. На столе стоят 16 стаканов. Из них 15 стаканов стоят правильно, а один перевернут доньшком вверх. Разрешается одновременно переворачивать любые четыре стакана. Можно ли, повторяя эту операцию, поставить все стаканы правильно?
7. На острове Серобуромалин обитают 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых хамелеонов. Если встречаются два хамелеона разного цвета, то они одновременно меняют свой цвет на третий. Может ли случиться, что через некоторое время все хамелеоны будут одного цвета?

8. Дана шахматная доска. Разрешается перекрашивать в другой цвет сразу все клетки, расположенные внутри квадрата размером 2×2 . Может ли при этом на доске остаться ровно одна черная клетка?

Домашнее задание

1. На вешалке висят 20 платков. 17 девочек по очереди подходят к вешалке, и каждая либо снимает, либо вешает ровно один платок. Может ли после ухода девочек на вешалке остаться 10 платков?
2. Разменный автомат меняет одну монету на 6 других. Можно ли с его помощью разменять металлический рубль на 112 монет? А 111?
3. 100 фишек выставлены в ряд. Разрешено менять местами две фишки, стоящие через одну фишку. Можно ли с помощью таких операций переставить все фишки в обратном порядке?