

ЗАОЧНАЯ ФИЗМАТШКОЛА

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАНИЯ
РОССИЙСКИХ И
ЗАРУБЕЖНЫХ ЭКЗАМЕНОВ И
ОЛИМПИАД

Ахиллес и черепаха

Рассмотрим утверждение:

Пусть верно A и $A \implies B$.

Тогда верно и B .

Ахиллес и черепаха

Утверждение С:

Пусть верно A и $A \implies B$.

Тогда верно и B .

Ахиллес и черепаха

Утверждение D:

Пусть верно A и $A \implies B$ и утверждение C .
Тогда верно и B .

Ахиллес и черепаха

Утверждение ...:

Пусть верно A и $A \implies B$ и утверждение C и утверждение D и ...

Тогда верно и B .

ЛОГИЧЕСКИЙ ВЫВОД

"Пусть верно A и $A \implies B$.
Тогда верно и B ."

Можно записать как:

$$A, A \implies B \vdash B$$

Раскраски

1. От шахматной доски отпилили две соседних угловых клетки. Можно ли оставшийся кусок доски распилить на 31 доминошку (прямоугольники 1×2)?
2. От шахматной доски отпилили две противоположных угловых клетки. Можно ли оставшийся кусок доски распилить на 31 доминошку?
3. Раскрасьте 6 клеток белой доски 4×4 в чёрный цвет так, чтобы на каждой горизонтали и вертикали было чётное число белых клеток.

4. а) Раскрасьте шахматную доску в чёрный и белый цвета так, чтобы любые две соседние клетки, лежащие на одной горизонтали, были разного цвета, а лежащие на одной вертикали — одного и того же цвета.
- б) Можно ли распилить шахматную доску на $32 \frac{3}{4}$ доминошки; так, чтобы среди них было 11 вертикальных и 21 горизонтальная?
5. Раскрасьте все клетки доски 4×4 в четыре разных цвета так, чтобы каждый прямоугольник 1×4 и каждый квадрат 2×2 , кроме центрального, были раскрашены во все четыре цвета.

6. а) Раскрасьте все грани куба в чёрный и белый цвета так, чтобы каждая белая грань граничила с ровно с двумя чёрными, а каждая чёрная — ровно с двумя белыми.
- б) Раскрасьте все вершины куба в чёрный и белый цвета так, чтобы из каждой белой вершины можно было пройти по ребру ровно в две чёрных, а из каждой чёрной — ровно в две белых.
- в) Раскрасьте все рёбра куба в чёрный и белый цвета так, чтобы каждое белое ребро было соединено ровно с двумя чёрными, а каждое чёрное — ровно с двумя белыми.

Домашнее задание

Раскрасьте все клетки доски 4×4 в чёрный и белый цвета так, чтобы

а) каждая белая клетка граничила ровно с одной чёрной, а каждая чёрная — ровно с одной белой;

б) каждая белая клетка граничила ровно с двумя чёрными, а каждая чёрная — ровно с двумя белыми;

в) каждая белая клетка граничила ровно с одной чёрной, а каждая чёрная — ровно с тремя белыми.