

# ЗАОЧНАЯ ФИЗМАТШКОЛА

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАНИЯ  
РОССИЙСКИХ И  
ЗАРУБЕЖНЫХ ЭКЗАМЕНОВ И  
ОЛИМПИАД

# Доказательства от противного

0. Имеется 101 пуговица, каждая пуговица — одного из 11 цветов. Докажите, что либо среди этих пуговиц найдутся 11 пуговиц одного цвета, либо 11 пуговиц разных цветов.

# Доказательства от противного

0. Имеется 101 пуговица, каждая пуговица — одного из 11 цветов. Докажите, что либо среди этих пуговиц найдутся 11 пуговиц одного цвета, либо 11 пуговиц разных цветов.

---

**Пусть** пуговиц каждого цвета не более 10 штук и цветов пуговиц не более 10 штук.

**Тогда** Суммарно максимум 100 пуговиц.

**Противоречие**

1. По кругу лежит 15 шариков двух цветов. Докажите, что найдутся два соседних шарика одного цвета.
2. За круглым столом сидят 25 мальчиков и 25 девочек. Докажите, что у кого-то из сидящих за столом оба соседа — мальчики.
3. Из набора домино выбросили все кости с "пустышками". Можно ли оставшиеся кости выложить в ряд?
4. За круглым столом сидят 25 мальчиков и 25 девочек. Докажите, что у кого-то из сидящих за столом оба соседа - мальчики.

5. Можно ли разложить 44 шарика на 9 кучек так, чтобы количество шариков в разных кучках было различным?
6. Юра, Лёша и Миша коллекционируют марки. Количество Юриных марок, которых нет у Лёши, меньше, чем количество марок, которые есть и у Юры, и у Лёши. Точно так же, число Лёшиных марок, которых нет у Миши, меньше, чем число марок, которые есть и у Лёши и у Миши. А число Мишиных марок, которых нет у Юры, меньше, чем число марок, которые есть и у Юры и у Миши. Докажите, что какая-то марка есть у каждого из трех мальчиков.

7. Узлы квадратной сетки покрашены в два цвета. Докажите, что найдётся прямоугольный треугольник с одноцветными вершинами.
8. 10 друзей послали друг другу праздничные открытки, так что каждый послал 5 открыток. Докажите, что найдутся двое, которые послали открытки друг другу.
9. Среди любых десяти из шестидесяти ребят найдутся трое одноклассников. Докажите, что среди всех них найдутся 15 одноклассников.